Vorbemerkung: Seien $\Omega_1 \neq \emptyset$, $\Omega_2 \neq \emptyset$ und $f: \Omega_1 \times \Omega_2 \Rightarrow \mathbb{R}$. Dann gilt für alle $x \in \Omega_1$:

$$\sup_{y \in \Omega_2} f(x,y) \geq \sup_{y \in \Omega_2} \left(\inf_{\tilde{x} \in \Omega_1} f(\tilde{x}, y) \right)$$

also auch

$$\inf_{x \in \Omega_1} \left(\sup_{y \in \Omega_2} f(x,y) \right) \geq \sup_{y \in \Omega_2} \left(\inf_{\tilde{x} \in \Omega_1} f(\tilde{x}, y) \right) \quad (*)$$

- Betrachte nun:

$$\inf_{x \in \mathbb{R}^n} \left(\{ c^T x \mid Ax = b,\ x \geq 0 \} \right) \qquad (P)$$

$$= \inf_{x \in \mathbb{R}^n} \left(\sup_{\substack{y \in \mathbb{R}^m \\ s \geq 0}} \{ c^T x - (Ax-b)^T y - x^T s \} \right)$$

$$\overset{(*)}{\geq} \sup_{\substack{y \in \mathbb{R}^m \\ s \geq 0}} \left(\inf_{x \in \mathbb{R}^n} \{ x^T c - (x^T A^T - b^T) y - x^T s \} \right)$$

$$= \sup_{y,\, s \geq 0} \left(\inf_{x} \{ x^T \underbrace{(c - A^T y - s)}_{\overset{!}{=} 0 \text{ wegen } x \in \mathbb{R}^n} + b^T y \} \right)$$

$$= \sup_{y,\, s \geq 0} \{ b^T y \mid c - A^T y - s = 0 \}$$

$$= \sup \{ b^T y \mid A^T y + s = c,\ s \geq 0 \} \qquad (D)$$

und nach dem Dualitätssatz muss bei $\overset{(*)}{\geq}$ sogar Gleichheit gelten, sofern (P) oder (D) zulässige Punkte besitzen.