

4. Übung zu den direkten Suchverfahren

1. Man zeige, dass das Verfahren von Spendley et al mit Startpunkten $x^1, \dots, x^{n+1}$ als Ecken eines regelmäßigen Simplex dieselben Iterierten erzeugt wie bei Spiegelung von x^{n+1} in jedem Schritt an der Hyperebene, die durch $x^1, \dots, x^n$ verläuft.
2. Man zeige, dass im Verfahren von Spendley et al angewendet auf eine nicht konstante lineare Funktion nie eine Schrumpfung des Simplex auftritt.
3. Sei nun ein beliebiger (nicht regelmäßiger) Simplex gegeben und f linear. Es gelte wieder $f(x^1) < f(x^2) < \dots < f(x^{n+1})$. Man zeige, dass bei Spiegelung von x^{n+1} an der Hyperebene, die durch $x^1, \dots, x^n$ verläuft ein Punkt $\hat{x}$ generiert werden kann mit $f(\hat{x}) > f(x^{n+1})$.
4. Als Fortsetzung zu Aufgabe 3 von Blatt 3 sei $m = 1 + n(n+3)/2$ und seien Punkte $x^1, \dots, x^m$ geeignet festgelegt. Sei $1 \leq l \leq m$. Man zeige: Wird ein Punkt x^l durch einen neuen Punkt $x = x^{m+1}$ ersetzt, so hängt die Determinante des Gleichungssystems, das die Koeffizienten von q festlegt, quadratisch von x ab. Sie verschwindet für jedes $x = x^i$ ($1 \leq i \leq m$, $i \neq l$).
5. Sei $m = 1 + n(n+3)/2$ und seien die Punkte $x^1, \dots, x^m$ geeignet festgelegt und sei $\chi_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ die quadratische Funktion mit $\chi_i(x^j) = \delta_{i,j}$, wobei $\delta_{i,j}$ das Kronecker-delta bezeichne. Sei $1 \leq l \leq m$. Man zeige: Wird der Punkt x^l durch einen neuen Punkt $x = x^{m+1}$ ersetzt, so ist das entstehende Gleichungssystem genau dann eindeutig lösbar, wenn $\chi_l(x) \neq 0$ gilt.

Aufgabe 5 wird später genutzt, um einen Interpolations-Algorithmus zur Minimierung von f zu formulieren.

Abgabe: 11. 6. 2025 vor der Übung.