

Optimierung I – 11. Übungsblatt

Aufgabe 33: (2 Punkte)

Sei $S \subseteq \mathbb{R}^n$ konvex und $\bar{x} \in S$. Man zeige

$$\mathcal{T}(S, \bar{x}) = \overline{\text{cone}}(\{s = y - \bar{x} \mid y \in S\}),$$

die konische konvexe Hülle der zulässigen Richtungen.

Aufgabe 34: (1 Punkt)

Man zeige im Beweis von Lemma 10.1.12, dass auch im Fall $\nabla_S f(x) = 0$ die Aussage gilt

$$\min\{\nabla f(x)^T v \mid v \in \mathcal{T}(S, x), \|v\| \leq 1\} = 0.$$

Aufgabe 35: (1 Punkt)

Man konstruiere ein Beispiel für die Minimierung einer streng konvexen quadratischen Funktion f bei einer affinen Nebenbedingung und einen zulässigen Startpunkt $x^{(0)}$, sodass die Projektion der Newtontrichung in $x^{(0)}$ – auf den Tangentialkegel der zulässigen Menge in $x^{(0)}$ – keine Abstiegsrichtung für f in $x^{(0)}$ ist.

Aufgabe 36: (2 Punkte)

Man betrachte das Problem

$$\min\{f(x) := x_1^2 + e^{1+x_2} \mid f_1(x) := x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0\}$$

und gebe (a) die KKT-Punkte und die Optimallösung an. (Für den Beweis der Optimalität betrachte man zunächst den konvexen Fall $f_1(x) \leq 0$.)

(b) Sei $p(x, r) := f(x) + r f_1(x)^2$ für $r > 0$. In Abhängigkeit von $r > 0$ gebe man die Kondition der Hessematrix von $p(\cdot, r)$ in der Optimallösung an.

Aufgabe 37: (1 Punkt)

Sei $f(x, y) := x^2 + 4xy - y^2$. Die einzige kritische Stelle von f ist der Punkt $(0, 0)^T$ (Sattelpunkt). Ausgehend von $y_0 = 1$ berechne man die ersten zwei Schritte des folgenden Verfahrens:

Für $k = 0, 1, 2, \dots$

Berechne

1. $x_{k+1} := \operatorname{argmin}_{x \in \mathbb{R}} f(x, y_k)$,
2. $y_{k+1} := \operatorname{argmax}_{y \in \mathbb{R}} f(x_{k+1}, y)$.

Man beschreibe das Verhalten der (weiteren) Iterierten x_k und y_k .

Besprechung in der Übung am 03.07. und 06.07.26.