

Optimierung I – 12. Übungsblatt

Aufgabe 38: (3 Punkte)

Gegeben sei das Problem

$$\min\{x_1^2 + x_2 \mid \|x\|_\infty \leq 1\}. \quad (\text{P})$$

(a) Zur Beschreibung der zulässigen Menge verwende man die Funktionen $f_1(x) = x_1 - 1$, $f_2(x) = x_2 - 1$, $f_3(x) = -x_1 - 1$ und $f_4(x) = -x_2 - 1$.

(b) Man gebe die erweiterte Lagrange-Funktion $\Lambda(x, y, r)$ und deren Ableitung $\nabla_{x,y}\Lambda(x, y, r)$ an.

(c) Sei $\varphi_r(y) := \Lambda(x(y), y, r)$, wobei $x(y) := \arg \min_{x \in \mathbb{R}^n} \Lambda(x, y, r)$. (Man nehme dabei an, dass $x(y)$ im betrachteten Bereich wohldefiniert und eindeutig ist.)

Für $r := 1$ und $y^0 := (1, 1, 1, 2)^T$ verwende man das folgende Verfahren, um die Optimallösung von (P) zu ermitteln.

Für $k = 0, 1, 2, \dots$

1. Bestimme $x^{k+1} := x(y^k) = \arg \min_{x \in \mathbb{R}^n} \Lambda(x, y^k, r)$.

2. Falls (x^{k+1}, y^k) KKT-Punkt, STOPP.

3. Setze $y^{k+1} := y^k + r \nabla_y \varphi(y^k)$.

Aufgabe 39: (2 Punkte)

Man betrachte erneut das Problem (P) aus Aufgabe 38. (a) Man verwende das folgende Verfahren, um die Optimallösung anzunähern:

Ausgehend vom Startpunkt $(1, 1)^T$ linearisiere man in jedem Schritt zunächst die Zielfunktion. (Die Nebenbedingungen sind schon linear.). Man gebe als nächstes die Optimallösung des linearisierten Problems an und führe entlang dieser Richtung eine exakte line-search aus, um die neue Iterierte zu bestimmen.

(b) Man diskutiere die Konvergenzrate dieses Ansatzes für wachsende Iterationszahl k .

Bemerkung: Da hier der zulässige Bereich konvex ist und die Abstiegsrichtungen immer strikt zulässig sind, ist dieses Vorgehen überhaupt möglich.

Aufgabe 40: (2 Punkte)

(a) Bestimmen Sie die Minimalstelle und den Multiplikator $\bar{y}$ von

$$\min\{x_1^2 + 2x_2^2 \mid x_1 \geq 0, x_1 + x_2 = 1\}. \quad (\text{P}')$$

(b) Geben Sie die Minimalstelle der erweiterten Lagrange-Funktion $\Lambda(x, \bar{y}; r)$ von (P') für beliebiges $r > 0$ an.

Besprechung in der Übung am 10.07. und 13.07.26.