

Optimierung I – 13. Übungsblatt

Aufgabe 41: (1 Punkt)

Man gebe ein Beispiel dafür an, dass das Penaltyverfahren 11.1.4 der Vorlesung gegen die eindeutige globale Maximalstelle des Problems (10.0.1) konvergiert. (Im Beispiel können alle Funktionen sogar differenzierbar gewählt werden.)

Aufgabe 42: (1 Punkt)

Man zeige die nachfolgende *Sherman-Morrison-Woodbury-Formel*: Seien eine invertierbare Matrix M und beliebige Matrizen U, V passender Dimension gegeben. Dann ist

$$(M + UV^T)^{-1} = M^{-1} - M^{-1}U(I + V^T M^{-1}U)^{-1}V^T M^{-1},$$

sofern $(I + V^T M^{-1}U)^{-1}$ existiert.

Aufgabe 43: (1 Punkt)

Man gebe die einzelnen Schritte des ADMM-Verfahrens explizit an, wenn statt des LASSO-Problems das lineare Programm

$$\min\{c^T x \mid Ax = b, x \geq 0\} = \min\{\tfrac{1}{2}c^T x + \tfrac{1}{2}c^T z \mid Ax = b, z \geq 0, x - z = 0\}$$

gelöst werden soll mit Daten $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$, $c \in \mathbb{R}^n$, wobei A vollen Zeilenrang haben möge und in jedem ADMM-Schritt eine vorab berechnete Cholesky-Zerlegung von AA^T genutzt werde.

Aufgabe 44: (2 Punkte)

Gegeben sei das Problem

$$\min\{x_1 \mid x_2^2 - x_1 \leq 0\}.$$

- Ausgehend von $x^{(0)} = \begin{pmatrix} \varepsilon^2 \\ \varepsilon \end{pmatrix}$, $y^{(0)} = 1$ und $B^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ gebe man einen SQP-Schritt explizit an und bestimme somit $s^{(1)}$ und $x^{(1)} = x^{(0)} + s^{(1)}$.
- Von $x^{(0)}$ aus führe man einen line-search-Schritt entlang $s^{(1)}$ unter Verwendung der Merit-Funktion $l_r(x) := x_1 + r(x_2^2 - x_1)_+$ in Abhängigkeit von $r > 0$ aus.