

Optimierung I – 8. Übungsblatt

Aufgabe 22: (2 Punkte)

- (a) Sei $\tilde{\varepsilon} > 0$, C konvex, $\bar{x} \in C$, $x^1 \in C^i$, $x(t) \in \text{aff}(C)$ für $t \in [0, \tilde{\varepsilon}]$, $x(0) = \bar{x}$ und $\dot{x}(0) = x^1 - \bar{x}$.
Man zeige, dass $\varepsilon > 0$ existiert, sodass $x(t) \in C$ für $t \in [0, \varepsilon]$.
- (b) Sei $S \subseteq \mathbb{R}^n$. Es möge eine Kurve $\{x(t) \mid t \in [0, 1]\} \subseteq S$ existieren, die in $t = 0$ differenzierbar ist.
Mit $\bar{x} := x(0)$ zeige man $\dot{x}(0) \in \mathcal{T}(S, \bar{x})$.
- (Dies schließt den Beweis von Lemma 9.1.20 und Satz 9.1.14 ab.)

Aufgabe 23: (4 Punkte)

Für einen festen Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ betrachten wir das Problem

$$\min\{e^{1+x_1+x_2+x_3} - x_2 - x_3 \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1, \alpha \leq x_3\}. \quad (P_\alpha)$$

Begründen Sie Ihre Antwort auf folgende Fragen:

- (a) Für welche α besitzt das Problem (P_α) eine Optimallösung?
- (b) Für welche α erfüllt die Optimallösung die KKT-Bedingungen nicht?
- (c) Für welche α ist $\bar{x} = (-1, 0, 0)^T$ eine Optimallösung?
(Geben Sie die KKT-Bedingungen für $\bar{x}$ an.)
- (d) Für welche α ist $\bar{x}$ eine strikt komplementäre Lösung?

Aufgabe 24: (1 Punkt)

Man zeige Lemma 9.1.21: Falls bei dem Problem (P') der Vorlesung alle beteiligten Funktionen stetig differenzierbar sind, so ist

$$\mathcal{T}(S; \bar{x}) \subseteq \{s \mid Df_i(\bar{x})s \leq 0 \ (i \in I(\bar{x})), \ Df_j(\bar{x})s = 0 \ (j \geq p+1)\}.$$

(Die Menge auf der rechten Seite ist $\mathcal{L}(S; \bar{x})$.)