

Optimierung I – 9. Übungsblatt

Aufgabe 25: (2 Punkte)

Für festes $\alpha \in \mathbb{R}$ betrachte man das Problem

$$\min\{x_1^2 + \alpha e^{x_2} \mid \cos(x_1) - x_2 \leq 0\}.$$

Im Punkt $\bar{x} = (0, 1)^T$ prüfe man (a) die Regularität, die KKT-Bedingungen und (b) die notwendigen und hinreichenden Bedingungen zweiter Ordnung für eine lokale Minimalstelle in Abhängigkeit von α .

Aufgabe 26: (1 Punkt)

Man gebe ein Beispiel an mit einer konvexen Funktion f , einer abgeschlossenen Menge S und einem KKT-Punkt $\bar{x}$ für das Problem

$$\min\{f(x) \mid x \in S\}, \quad (P')$$

sodass $\bar{x}$ keine lokale Minimalstelle von (P') ist.

Aufgabe 27: (3 Punkte)

Gegeben sei $Q = Q^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und das Problem

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \{x^T Q x \mid \|x\|_2 \leq 1\}.$$

Man untersuche (a) die Regularitätsbedingung 2. Ordnung und leite (b) die notwendigen Bedingungen erster und zweiter Ordnung für lokale Optimallösungen her sowie (c) die hinreichenden Bedingungen zweiter Ordnung. Daraus bestimme man mögliche Lösungen des Problems.

Man nutze $\|x\|_2^2 - 1 \leq 0$ anstelle von $\|x\|_2 \leq 1$ und beachte, dass die Eigenvektoren von Q zu verschiedenen Eigenwerten paarweise senkrecht stehen.

Aufgabe 28: (1 Punkt)

Sei $(\bar{x}, \bar{y})$ ein strikt komplementärer KKT-Punkt des Problems (P') der Vorlesung, der die LICQ und die hinreichenden Bedingungen 2. Ordnung erfüllt. Sei $c \in \mathbb{R}^n$ fest gegeben. Wie ändern sich in erster Näherung die lokale Optimallösung und der zugehörige Zielfunktionswert wenn die Zielfunktion f ersetzt wird durch f_ϵ für kleine $\epsilon > 0$ mit $f_\epsilon(x) := f(x) + \epsilon \cdot c^T(x - \bar{x})$?