

Einführung in die Optimierung – 10. Übungsblatt

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Gegeben sei das folgende lineare Programm

$$\max\{2x_1 + x_2 \mid x_2 \leq 3, x_1 + 2x_2 \leq 7, 2x_1 + x_2 \leq 5, x_1, x_2 \geq 0\}$$

- Überführen Sie (P) in die Standardform und bestimmen Sie davon alle Basen (insgesamt 9 ohne Berücksichtigung von Permutationen) und Basislösungen (insgesamt 7).
- Welche der Basislösungen sind zulässig, optimal, oder entartet?
- Bestimmen Sie alle Optimalstellen.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Überführen Sie die folgenden linearen Optimierungsaufgaben in das Simplex-Format und wenden Sie das Simplex-Verfahren an. Bestimmen Sie dabei *alle* optimalen Basislösungen von den beschränkten Problemen. Die jeweilige Startbasis können Sie selbst auswählen.

- $\max\{x_1 + x_2 \mid -x_1 + 2x_2 \leq 2, x_1 \leq 2, x_1, x_2 \geq 0\}$
- $\max\{x_1 - x_2 \mid 2x_1 + x_2 - x_3 \leq 8, x_1 + x_2 - x_3 \leq 6, x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
- $\min\{x_1 - x_2 - 2x_3 \mid x_1 - x_3 = 1, x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$

Programmieraufgabe 4

Schreiben Sie eine Funktion `simplex`, die eine Matrix **A**, einen Vektor **b** und einen Vektor **c** als Eingabe erhält, zu einem linearen Programm der Form

$$\min\{c^T x \mid Ax \leq b, x \geq 0, x \in \mathbb{R}^n\}$$

das Simplex-Verfahren (Phase II) ausführt und sowohl die Approximation **x** an die Optimallösung als auch die Information **unb** zurückgibt, ob die berechnete Basislösung beschränkt oder unbeschränkt ist.

Dabei ist **A** eine $(m \times n)$ -Matrix, **b** ein nichtnegativer m -Vektor und **c** ein n -Vektor. Sie dürfen annehmen, dass alle Eingaben zu Ihrem Programm passende Dimensionen besitzen.

Wurde eine Minimalstelle gefunden, dann ist die Ausgabe **x** eine optimale Basislösung, und **unb** hat den Wert 0. Ist der Optimalwert $-\infty$, dann ist die Ausgabe **x** die zuletzt berechnete Basislösung, und **unb** hat den Wert 1.

Testen Sie Ihre Funktion an den Problemen aus Aufgabe 1 von Blatt 9 für $(t, s) \in \{(0, -1), (1, 0)\}$.

Abgaben sind bis spätestens Dienstag, den 9.1.2024, um 18:00 Uhr im üblichen Format an `opt0@uni-duesseldorf.de` zu senden.

Die Programmieraufgabe ist bis 16.1.2024 um 18:00 Uhr an `opt0@uni-duesseldorf.de` zu senden.