Heinrich Heine Universität Düsseldorf

MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF. DR. FLORIAN JARRE

10.1.2024

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | Σ |
|---|---|---|---|---|
| Punkte | | | | |

# Einführung in die Optimierung – 11. Übungsblatt

**Aufgabe 1** (6 Punkte)

Gegeben sei das folgende lineare Programm

$$\max\{x_1 \mid x_1 + x_2 \geq 5,\ x_2 \leq 5,\ 5x_1 + x_2 \leq 25,\ x_1, x_2 \geq 0\} \tag{P}$$

(a) Skizzieren Sie die zulässige Menge von (P) und bestimmen Sie alle Optimallösungen graphisch.

(b) Überführen Sie (P) in die (primale) Standardform und bestimmen Sie die zu den Optimallösungen gehörige Basislösungen sowie die entsprechenden Basen (ohne Permutationen).

**Aufgabe 2** (6 Punkte)

Man betrachte das primale lineare Programm (P) in der Standardform und das zugehörige duale Programm (D). Man gebe für die nachfolgenden Fälle jeweils ein Beispiel an, falls sie auftreten können, andernfalls begründe man seine Antwort mit Hilfe des Dualitätssatzes.

(a) $\max(D) = -\infty$ und $\min(P) \in \mathbb{R}$,

(b) $\max(D) = -\infty$ und $\min(P) = +\infty$,

(c) $\max(D) = +\infty$ und $\min(P) = +\infty$.

**Aufgabe 3** (6 Punkte)

Man beweise folgende Aussage: Wenn das Standardprogramm

$$\min\{c^T x \mid Ax = b,\ x \geq 0\}, \tag{P}$$

Optimallösungen besitzt, dann gibt es unter ihnen auch Extremalpunkte von

$$\mathcal{P} := \{x \mid Ax = b, x \geq 0\}.$$

(Zu jeder Optimallösung $\bar{x}$ gibt es eine Menge $I(\bar{x}) := \{i \in \{1, \ldots, n\} \mid \bar{x}_i = 0\}$. Man wähle $\bar{x}$ so, dass $I(\bar{x})$ maximale Kardinalität hat und zeige, dass dieses $\bar{x}$ eine Ecke sein muss.)

**Abgaben** sind bis spätestens Dienstag, den 16.1.2024, um 18:00 Uhr im üblichen Format an opt0@uni-duesseldorf.de zu senden.