MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF. DR. FLORIAN JARRE

3.11.2023

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
Punkte					

Einführung in die Optimierung – 4. Übungsblatt

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Sei $f(x) \equiv \frac{1}{2}x^TAx + b^Tx + c$ mit positiv definiter Matrix A. Seien x, s gegeben mit $\|s\|_2 = 1$ und $(Ax+b)^Ts < 0$. Wie groß darf die Zahl c_1 in der Bedingung (A) der Vorlesung (vgl. im Skript Algorithmus 1.2.1) höchstens sein, damit die exakte Minimalstelle der Funktion f entlang $x + \lambda s$ die Bedingung (A) erfüllt?

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Für eine differenzierbare Funktion $\phi : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ mit $\phi'(0) < 0$ und für $c_1, c_2 \in (0, 1)$ mit $c_1 \le c_2$ sei

$$\mathcal{S} = \{\lambda \in [0,\infty) \mid \phi(\lambda) \le \phi(0) + \lambda c_1 \phi'(0),\ \phi'(\lambda) \ge c_2\phi'(0)\}$$

die Menge der Wolfe-Schrittweiten zu den Parametern c_1, c_2.

(a) Für $c_1 = 0.15, c_2 = 0.5$ und

$$\phi(\lambda) = \tfrac{1}{147}\lambda^4 - \tfrac{16}{147}\lambda^3 + \tfrac{23}{42}\lambda^2 - \lambda \ \text{ mit } \ \phi'(\lambda) = \tfrac{4}{147}(\lambda - \tfrac{3}{2})(\lambda - \tfrac{7}{2})(\lambda - 7)$$

skizzieren Sie auf dem Intervall [0,9] die Funktion ϕ, die Ableitung ϕ', sowie die Funktion $\lambda \mapsto \phi(0) + \lambda c_1 \phi'(0)$. Markieren Sie $\mathcal{S} \cap [0, 9]$ auf Ihrer Skizze.

(b) Widerlegen Sie die folgenden Behauptungen jeweils durch eine Skizze:

(i) Jede Minimalstelle von ϕ liegt in $\mathcal{S}$.

(ii) Die Menge $\mathcal{S}$ ist ein Intervall.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) \equiv \frac{1}{2}(x_1^2 + \kappa x_2^2)$ mit $\kappa \ge 1$. Für welche Startpunkte $x^0 \ne (0,0)^T$ konvergiert das steepest-descent-Verfahren mit exakter line-search exakt mit der Rate $1 - \frac{2}{\kappa+1}$?

Abgaben sind erst ab dem 8.11. und bis spätestens Dienstag, den 15.11.2023, um 18:00 Uhr im üblichen Format an opt0@uni-duesseldorf.de zu senden.