

Einführung in die Optimierung – 7. Übungsblatt

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Man bestimme für ein gegebenes $\delta > 0$ die Lösung(en) des Problems

$$\min \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}^T d + d^T \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} d \mid d \in \mathbb{R}^2, \|d\|_2 \leq \delta \right\}.$$

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Man untersuche das Trust-Region-Unterproblem

$$\min \left\{ \frac{1}{2} d^T B d + g^T d \mid \|d\|_2 \leq \delta, d \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

für die Daten

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \delta = 1.$$

- (a) Man skizziere $\|d(\lambda)\|_2 = \|(B + \lambda I)^{-1} g\|_2$ für $\lambda \in [-10, 10]$. Hierbei ist I die 2×2 Einheitsmatrix. Man beschränke den Wertebereich der Skizze auf $[-1, 10]$.

Hinweis: Eigenwert-Zerlegung von B .

- (b) Man bestimme alle Minimalstellen des Unterproblems mit Hilfe der Optimalitätsbedingungen.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Für $s, y \in \mathbb{R}^n$ mit $s^T y > 0$ und eine symmetrische und positiv definite Matrix $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ lautet die sogenannte *direkte BFGS-Aufdatierungsformel*

$$B_+^{BFGS} = B + \frac{1}{s^T y} y y^T - \frac{1}{s^T B s} B s s^T B.$$

Man zeige, dass $B = H^{-1}$ die Gleichung $B_+^{BFGS} = (H_+^{BFGS})^{-1}$ impliziert, wobei H_+^{BFGS} die durch die inverse BFGS-Aufdatierungsformel definierte Matrix

$$H_+^{BFGS} := (I - \rho s y^T) H (I - \rho y s^T) + \rho s s^T \quad \text{für } \rho = \frac{1}{y^T s} \text{ ist.}$$

Abgaben sind bis spätestens Dienstag, den 5.12.2023, um 18:00 Uhr im üblichen Format an opt0@uni-duesseldorf.de zu senden.