

Aufgabe	32	33	34	Σ
Punkte				

Einführung in die Optimierung – 12. Übungsblatt

Aufgabe 32 (8 Punkte)

Sei $f(x) := \frac{1}{2}x^T Ax + b^T x + c$ mit symmetrischer, positiv definiten Matrix A .

- Man zeige, dass die Methoden (MM) und (HBM) der Vorlesung zur Minimierung von f exakt dieselben Iterierten x^k erzeugen.
- Man gebe die Initialisierung an, sodass das (NAG)-Verfahren in der in der Vorlesung angegebenen Form dargestellt werden kann.

Aufgabe 33 (8 Punkte)

Sei D eine positiv definite Diagonalmatrix und U eine orthogonale Matrix gleicher Dimension. Die Methode (HBM) werde einmal zur Minimierung von $f(z) := \frac{1}{2}z^T Az - b^T z + c$ mit $A = UDU^T$ ausgehend von z^0 angewendet und einmal zur Minimierung von

$$\hat{f}(x) := \frac{1}{2}x^T Dx$$

ausgehend von $x^0 := U^T(z^0 - z^*)$ mit $z^* := A^{-1}b$. Man zeige, dass die Iterierten in beiden Fällen die Beziehung $x^k := U^T(z^k - z^*)$ für $k \geq 0$ erfüllen und dass stets $\|x^k\|_2 = \|z^k - z^*\|_2$ gilt.

Aufgabe 34 (8 Punkte)

Sei wie in der Vorlesung

$$\beta \in [0, 1), \quad \alpha_i \in (0, 2], \quad \beta_i := 1 + \beta - \alpha_i \in [-1, 2) \quad \text{und} \quad \gamma_i := \sqrt{\beta_i^2 - 4\beta},$$

sowie $M := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\beta & \beta_i \end{pmatrix}$. Sei ferner

$$\lambda_+ := \frac{1}{2}(\beta_i + \gamma_i), \quad \lambda_- := \frac{1}{2}(\beta_i - \gamma_i), \quad v_+ := \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda_+ \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad v_- := \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda_- \end{pmatrix}.$$

Man zeige $Mv_{\pm} = \lambda_{\pm}v_{\pm}$.

Programmier-Aufgabe 6

Implementieren Sie in Python/Matlab/R die Momentum Method (*MM*). Nutzen Sie die Methode um die Funktion

$$f(x) := \frac{1}{2}(x_1^2 + 100x_2^2)$$

zu minimieren. Verwenden Sie dazu die Parameterwahl $\beta = 0.85$ und $\alpha = \frac{1.9}{100}$, 100 Iterationen und den Startpunkt

$$(a) x^0 = \left(\frac{1}{100}, 1\right)^T, \quad (b) x^0 = (1, 1)^T, \quad (c) x^0 = (100, 1)^T.$$

Plotten Sie jeweils die Anzahl an Iterationen gegen den Abstand der k -ten Iterierten zur Optimallösung in einem halblogarithmischen Diagramm.

Für die Bearbeitung der Programmieraufgabe haben Sie mehrere Wochen Zeit. Die Abgabefrist ist ausnahmsweise am **Dienstag, dem 03.02.2026**, um 12 Uhr.

Ihre Lösungen können Sie über das ILIAS bis zum **21.01.2026 12 Uhr** abgeben. Doppelabgaben sind erlaubt.